



## Dimensionsanalyse: Kennzahlensatz für die Rührerleistung

Der Rührer wird durch 6 *Einflussgrößen* gekennzeichnet:

		<u>Bezugsgrößen:</u>					
1	Durchmesser	d	m	L		= L <sup>1</sup> T <sup>0</sup> M <sup>0</sup>	
2	Geschwindigkeit	u	m / s	L T <sup>-1</sup>		= L <sup>1</sup> T <sup>-1</sup> M <sup>0</sup>	
3	Dichte	ρ	kg / m <sup>3</sup>	M L <sup>-3</sup>		= L <sup>-3</sup> T <sup>0</sup> M <sup>1</sup>	
		<u>Leitgrößen:</u>					
4	Erdbeschleunigung	g	m / s <sup>2</sup>	L T <sup>-2</sup>		= L <sup>0</sup> T <sup>-2</sup> M <sup>0</sup>	
5	dyn. Viskosität	η	kg / (m s)	L <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> M		= L <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> M <sup>1</sup>	
6	Leistung	P	kg m <sup>3</sup> / s <sup>3</sup>	L <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> M		= L <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> M <sup>1</sup>	

Die ersten drei Größen (*Bezugsgrößen*) werden hier ausgewählt, um die drei Grunddimensionen L, T und M zu beschreiben. Anmerkung unten: (\*)

$$\# \text{Befugsgrößen} = \# \text{Grunddimensionen} \quad (, \# " := , \text{Anzahl der } \dots \text{ "})$$

Die restlichen Einflussgrößen heißen *Leitgrößen*. Zu jeder Leitgröße kann mittels Matrixmanipulation eine dimensionslose Kennzahl ermittelt werden:

$$\# \text{Leitgrößen} = \# \text{Einflussgrößen} - \# \text{Befugsgrößen} = \# \text{Einflussgrößen} - \# \text{Grunddimensionen}$$

		<b>d</b>	<b>u</b>	<b>ρ</b>	<b>g</b>	<b>η</b>	<b>P</b>
<i>A</i>	<b>L</b>	1	1	-3	1	-1	2
<i>B</i>	<b>T</b>	0	-1	0	-2	-1	-3
<i>C</i>	<b>M</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	0	1	1

Zeile *B* wird zu Zeile *A* addiert, es resultiert Zeile *D*; Zeile *E* ist (-1)\*Zeile *B*:

			<b>d</b>	<b>u</b>	<b>ρ</b>	<b>g</b>	<b>η</b>	<b>P</b>
<i>A+B</i>	<i>D</i>	<b>L</b>	1	0	-3	-1	-2	-1
<i>-B</i>	<i>E</i>	<b>T</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	2	1	3
<i>C</i>	<i>F</i>	<b>M</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	0	1	1

Zu Zeile *D* wird 3\* Zeile *F* addiert, womit links in der Matrix eine Einheitsmatrix erzeugt worden ist:

			<b>d</b>	<b>u</b>	<b>ρ</b>	<b>g</b>	<b>η</b>	<b>P</b>
<i>D+3F</i>	<i>G</i>	<b>L</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	-1	1	2
<i>E</i>	<i>H</i>	<b>T</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	2	1	3
<i>F</i>	<i>I</i>	<b>M</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	0	1	1

In den Spalten unter den Leitgrößen finden sich die Exponenten, mit denen aus den Leitgrößen dimensionslose Kennzahlen bestimmt werden können:

- Kennzahl:  $g / (d^{-1} \cdot u^2 \cdot \rho^0) = g d / u^2 = 1 / Fr$   $Fr$  ist die Froude-Zahl
- Kennzahl:  $\eta / (d^1 \cdot u^1 \cdot \rho^1) =$   $= 1 / Re$   $Re$  ist die Reynolds-Zahl
- Kennzahl:  $P / (d^2 \cdot u^3 \cdot \rho^1) =$   $= Ne$   $Ne$  ist die Newton-Zahl

Die Newtonzahl kennzeichnet hier den spezifischen Energieeintrag des Rührers. In einer anderen, jedoch äquivalenten Darstellung ist  $Ne = F \cdot L / (m \cdot u^2)$  der Quotient „Antriebskraft / Trägheitskraft“.

(\*) Die Auswahl der Bezugsgrößen ist nicht eindeutig: Man könnte statt **u** auch **g** als Bezugsgröße wählen, oder statt **u** auch die Drehzahl **n** mit  $n = u / d$ . So auch in dem Buch „Grundoperationen“ von Jakobith, S.87-89, allerdings gehen dort **u** und **n** durcheinander und weitere Fehler!